

文系第4問

放物線  $y = x^2$  のうち  $-1 \leq x \leq 1$  をみたす部分を  $C$  とする。座標平面上の原点  $O$  と点  $A(1, 0)$  を考える。

- (1) 点  $P$  が  $C$  上を動くとき、 $\overrightarrow{OQ} = 2\overrightarrow{OP}$  をみたす点  $Q$  の軌跡を求めよ。  
 (2) 点  $P$  が  $C$  上を動き、点  $R$  が線分  $OA$  上を動くとき、 $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OR}$  をみたす点  $S$  が動く領域を座標平面上に図示し、その面積を求めよ。

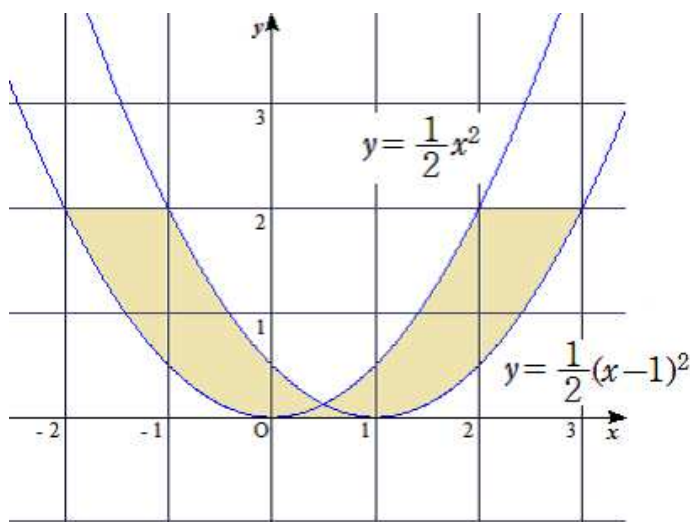
(1)  $P(p, p^2) (-1 \leq p \leq 1)$  とおくと  $\overrightarrow{OQ} = 2\overrightarrow{OP} = (2p, 2p^2)$

これを  $(x, y)$  とし、 $y = \frac{1}{2}x^2$  ( $-2 \leq x \leq 2$ )

(2)  $R(r, 0) (0 \leq r \leq 1)$  とし、 $\overrightarrow{OS} = (2p + r, 2p)$ 、これを  $(x, y)$  とし、

$y = \frac{1}{2}(x - r)^2$ 、これは  $y = \frac{1}{2}x^2$  を  $x$  方向に  $r$  だけ平行移動したものであるため、求

める領域は図のようになり、面積は  $2 \int_0^2 1 dy - 2 \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{2} dx = \frac{95}{24}$



◆コメント◆

$y$  方向に積分すると楽です。全般に計算自体は簡単で、これもグラフが描ければスムーズに解けるでしょう。

◆文系数学全体コメント◆

難易度に偏りがなく、よく揃っていました。典型的な計算ばかりですが、新しい場面に適用するのが難しかったかもしれません。その分、東大らしい、面白い出題だったと言えるでしょう。文系数学は、以前にも増して、学習量が問われるようになっています。計算に習熟することで高得点も可能なので、数学は今や捨てられない、また、落とせない科目です。しっかり練習しておきましょう。